Types de vecteurs

Vecteur nul : $\vec{0} = (0,0)$

Vecteur unitaire : $\| \vec{u} \| = 1$

Vecteurs équipollents : $\vec{u} = \vec{v} \leftrightarrow \| \vec{u} \| = \| \vec{v} \|$ et $\theta(\vec{u}) = \theta(\vec{v})$

Vecteurs opposés : $\vec{u} = -\vec{v} \leftrightarrow \| \vec{u} \| = \| \vec{v} \|$ et $|\theta(\vec{u}) - \theta(\vec{v})| = 180°$

Vecteurs colinéaires (parallèles) : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si $\vec{u} = k\vec{v}$

Vecteurs orthogonaux (perpendiculaires) : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si $|\theta(\vec{u}) - \theta(\vec{v})| = 90°$ ou 270° dans ce cas $\vec{u} \bullet \vec{v} = 0$

Vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$: $\vec{i} = (1, 0)$ et $\vec{j} = (0, 1)$. $\vec{i}$ et $\vec{j}$ forment une base vectorielle orthonormée, car ils sont unitaires et orthogonaux.

Somme de deux vecteurs

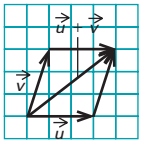
Algébriquement : si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$

$\vec{u} + \vec{v} = (a + c, b + d)$

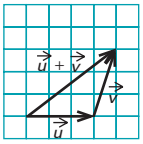
Loi de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Géométriquement :

Méthode du parallélogramme



Méthode du triangle



Produit d'un vecteur par un scalaire

$\| k\vec{u} \| = |k| \, \| \vec{u} \|$

Si $k > 0$, le sens de $\vec{u}$ reste le même

Si $k < 0$, le sens de $\vec{u}$ est inversé

Si $k = 0$, $k\vec{u} = \vec{0}$

Combinaison linéaire de vecteurs

$k_1\vec{u} + k_2\vec{v} = \vec{w}$

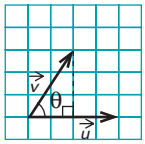
Deux vecteurs u et v forment une base $\mathbb{R}^2$ si et seulement si $\vec{u} \neq k\vec{v}$

Produit scalaire de deux vecteurs

Algébriquement : si $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$

$\vec{u} \bullet \vec{v} = ac + bd$

Géométriquement : $\vec{u} \bullet \vec{v} = \| \vec{u} \| \, \| \vec{v} \| \cos\theta$



Cas particuliers :

Produit scalaire d'un vecteur par lui-même : $\vec{u} \bullet \vec{u} = \| \vec{u} \|^2$

Donc si $\vec{u} = (a, b)$ et $\| \vec{u} \| = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\vec{u} \bullet \vec{u} = a^2 + b^2$

Produit scalaire d'un vecteur par un vecteur nul : $\vec{u} \bullet \vec{0} = 0$

Produit scalaire de deux vecteurs colinéaires :

si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de même sens : $\vec{u} \bullet \vec{v} = \| \vec{u} \| \, \| \vec{v} \|$

si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens opposés : $\vec{u} \bullet \vec{v} = -\| \vec{u} \| \, \| \vec{v} \|$